



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 02 Heures

Coefficient : 04

L'épreuve comporte deux exercices et un problème à deux parties indépendantes et obligatoire.

Exercice 1 : 04,00 Points

Dans une urne on a placé 4 jetons portant le nombre 100 et 3 jetons portant le nombre 200. On extrait simultanément au hasard 3 jetons de l'urne et on note la somme des nombres inscrits sur ces 3 jetons.

- 1- Montrer que la probabilité d'obtenir une somme égale à 400 vaut $\frac{18}{35}$. 1pt
- 2- On désigne par X la variable aléatoire associant à chaque tirage de 3 jetons la somme obtenue.
 - a) Déterminer les valeurs prises par X . 1pt
 - b) Déterminer la loi de probabilité de X . 1pt
 - c) Calculer l'espérance mathématique de X . 1pt

Exercice 2 : 05,00 Points

On considère le polynôme complexe P défini par $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (1 + 9i)z + 2 - 6i$.

- 1- Calculer $P(1)$ et $P(2i)$. 1,5pt
- 2- Déterminer le nombre complexe z_0 tel que $P(z) = (z - 1)(z - 2i)(z - z_0)$. 1pt
- 3- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1$, $z_B = 2i$ et $z_C = 3 + i$.
 - a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en A. 1pt
 - b) On désigne par f la rotation de centre A qui transforme C en B. Donner l'écriture complexe de f . 1,5pt

Problème : 11,00 Points

Partie A :

On considère les intégrales $A = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$ et $B = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2} dx$.

- 1- Calculer A. 1pt



INGÉNIEUR EN GEOSCIENCES,
ENVIRONNEMENT ET AGRO-
INDUSTRIE

B.P. : 765 Yaoundé

Site : www.prepavogt.org

Année académique 2020-2021



2- Montrer que $+B = \frac{1}{2}$.

1pt

3- En déduire la valeur de B .

0,5pt

Partie B :

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$ et $g(x) = e^x - x - 1$.

1- a) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

1,5pt

b) En déduire que pour tout réel x , $g(x) \geq 0$.

0,5pt

2- Justifier que f est définie sur \mathbb{R} , puis déterminer la limite de $f(x)$ en $-\infty$.

0,5pt

3- a) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = \frac{1}{1 - xe^{-x}}$.

1pt

b) En déduire la limite de $f(x)$ en $+\infty$.

0,5pt

4- Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - x)^2}$.

1pt

5- Donner le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

1pt

6- Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthonormé.

Unité graphique : 2 cm.

1,5pt